

## Examen

Aucun document autorisé

### Partie I : (08 points)

Considérez le problème suivant :

Vous disposez de deux récipients dont les contenances sont de 3 et 4 litres, et d'un robinet d'eau. Vous pouvez remplir les récipients, les vider les uns dans les autres ou verser l'eau sur le sol. Vous devez mesurer exactement 2 litres.

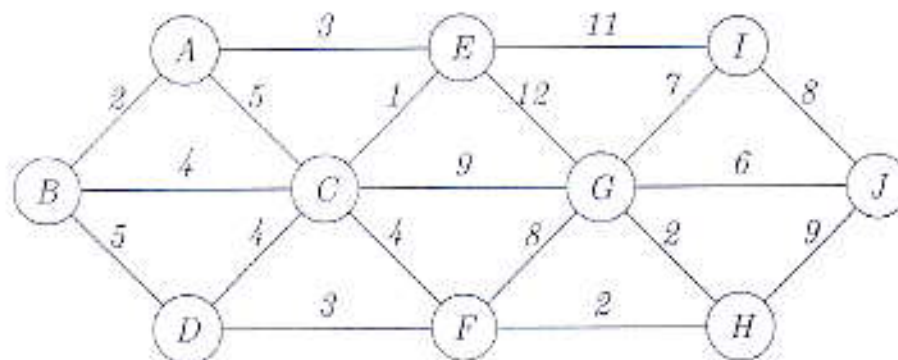
- Formalisez le problème et donnez-en une solution, en définissant l'état initiale, les états finaux, le test-but, la fonction successeur et les actions possibles.
- Donnez les caractéristiques de cet environnement.

### Partie II : (12 points)

Soit le graphe suivant, la valeur portée sur chaque arc correspond au coût de passage d'une extrémité de l'arc à l'autre. On souhaite calculer le plus court chemin de A à H.

On a une fonction heuristique  $h$  qui estime le coût pour atteindre H depuis chaque sommet. La fonction est donnée par le tableau ci-dessous.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
9	7	3	2	6	1	2	0	4	6



- a. Appliquez l'algorithme A\* avec la fonction  $h$  sur ce graphe.
- b. Donnez le plus court chemin de A à H ainsi que sa valeur que vous avez trouvés dans la question précédente.

**Bonne réussite**

## Corrigé-type « Principes & approches de l'IA »

### Partie 1

On dénomme X le récipient de 4L et Y celui de 3L. Un état est un couple  $(x, y)$ , où  $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  est le volume de X et  $y \in \{0, 1, 2, 3\}$  est le volume de Y. L'état initial est le couple  $(0, 0)$  ; les états finaux (buts) sont

$(2, y)$  et  $(x, 2)$ ,  $x$  et  $y$  quelconques.

Les actions (ou opérations) possibles sont :

- remplir\_X (si  $x < 4$ );
- remplir\_Y (si  $y < 3$ );
- vider\_X (si  $x > 0$ );
- vider\_Y (si  $y > 0$ );
- verser\_X\_dans\_Y (si  $x > 0$  et  $y < 3$ );
- verser\_Y\_dans\_X (si  $y > 0$  et  $x < 4$ );

Le résultat des actions verser\_X\_dans\_Y et verser\_Y\_dans\_X dépend de ce que contiennent X et Y. On peut verser tant que le récipient cible n'est pas plein ou que le récipient source n'est pas vide. Par exemple, verser\_X\_dans\_Y  $((3, 1)) = (1, 3)$  et verser\_Y\_dans\_X  $((0, 3)) = (3, 0)$ .

Une solution est par exemple :

$$\begin{array}{lcl} (0, 0) & \xrightarrow{\text{remplir\_X}} & (4, 0) \\ (4, 0) & \xrightarrow{\text{verser\_X\_dans\_Y}} & (1, 3) \\ (1, 3) & \xrightarrow{\text{vider\_Y}} & (1, 0) \\ (1, 0) & \xrightarrow{\text{verser\_X\_dans\_Y}} & (0, 1) \\ (0, 1) & \xrightarrow{\text{remplir\_X}} & (4, 1) \\ (4, 1) & \xrightarrow{\text{verser\_X\_dans\_Y}} & (2, 3) \end{array}$$

Autre solution :

$$\begin{array}{lcl} (0, 0) & \xrightarrow{\text{remplir\_Y}} & (0, 3) \\ (0, 3) & \xrightarrow{\text{verser\_Y\_dans\_X}} & (3, 0) \\ (3, 0) & \xrightarrow{\text{remplir\_Y}} & (3, 3) \\ (3, 3) & \xrightarrow{\text{verser\_Y\_dans\_X}} & (4, 2) \end{array}$$

Environnement très simple : Complètement observable, statique, séquentiel, discret et déterministe, mono-agent.

## Partie 2

- On représente le déroulement de l'algorithme sous forme de tableau. Chaque ligne du tableau correspond à un tour de boucle de l'algorithme. La première colonne indique le numéro de tour de l'algorithme, dans la deuxième colonne on indique le sommet choisi. Dans la troisième colonne l'ensemble des ouverts (Open) de l'étape courante est représenté, chaque état est noté sous le format (( sommet( $g(x)$ ,  $f(x) = g(x) + h(x)$  )). La dernière colonne contient l'ensemble des fermés (Close) de l'étape courante.

Étape	Choix	Ouverts	Fermés
Init		{A(0,9)}	∅
1	A(0,9)	{B(2,9); C(5,8); E(3,9)}	{A(0,9)}
2	C(5,8)	{B(2,9); E(3,9); D(9,11); F(9,10); G(14,16)}	{A(0,9); C(5,8)}
3	B(2,9)	{E(3,9); D(7,9); F(9,10); G(14,16)}	{A(0,9); C(5,8); B(2,9)}
4	E(3,9)	{D(7,9); F(9,10); G(14,16); C(4,7); I(14,18)}	{A(0,9); B(2,9); E(3,9)}
5	C(4,7)	{D(7,9); F(8,9); G(13,15); I(14,18)}	{A(0,9); B(2,9); E(3,9); C(4,7)}
6	D(7,9)	{F(8,9); G(13,15); I(14,18)}	{A(0,9); B(2,9); E(3,9); C(4,7); D(7,9)}
7	F(8,9)	{G(13,15); I(14,18); H(10,10)}	{A(0,9); B(2,9); E(3,9); C(4,7); D(7,9); F(8,9)}
8	H(10,10)		

- A l'initialisation, on met dans Ouverts, le sommet de départ :
  - A chaque étape on choisit dans Ouverts un sommet  $s$  tel que  $f(s) = g(s) + h(s)$  soit minimal. Pour tous les voisins  $v$  de  $s$ , si  $v$  n'appartient ni à Ouverts ni à Fermés, on ajoute  $v$  à Ouverts. Sinon on remet  $v$  dans Ouverts avec une nouvelle valeur de  $g(v)$  seulement si  $g(s) + \text{cout}(s \rightarrow v)$  est inférieur à la valeur de  $g(v)$  mémorisée.
  - A l'étape 3, après sélection du sommet B, la valeur de  $g(D)$  dans Ouverts passe de 9 à 7 ;
  - A l'étape 4, après sélection du sommet E, la valeur de  $g(C)$  passe de 5 à 4 et C passe des Fermés aux Ouverts ;
  - A l'étape 5, les valeurs de  $g$  de F et G dans Ouverts passent respectivement de 9 à 8 et de 14 à 13.
- Le plus court chemin de A à H est A pour un coût de 10.