

Module : chimie théorique

Question de cours (10pts)

Sélectionner la bonne réponse

1)-La longueur d'onde d'une particule selon le postulat de Louis de Broglie est

a) $\lambda = \frac{h}{p}$

b) $\lambda = \frac{h}{2\pi p}$

c) $\lambda = \frac{h}{mv}$

d) $\lambda = \frac{h}{v}$

2)-la condition de normalisation est

a) $\int \Psi \Psi^* dV = 1$

b) $\int \Psi \Psi^* dV = 0$

c) $\int \Psi \Psi^* dV = N$

3)- On considère une particule dans une boîte de potentiel unidimensionnelle. Quelles sont les conditions aux limites ?

Exercice N1 (6pts)

1. $f(x) = \sin(x)$ et $g(x) = \cos(x)$ Calculer l'opérateur \hat{A}

2. on pose la fonction $\Psi(x)$

Calculer les commutateurs $[P_x, X]$ et $[\frac{d}{dx}, X]$

Exercice N2 (4pts)

L'orbitale $1s$ de l'atome d'hydrogène a pour expression

$$\Psi_{1s} = N e^{-r/a_0}$$

r est la distance de l'électron au noyau et a_0 le rayon de l'orbite de Bohr

1. En quel point la densité de présence de l'électron Ψ^2 est-elle maximum ?

Bonne courage

Module Chimie Théorique

contenu de l'examen : 10 pts

* La bonne réponse est :

1 → d (2)

2 → a (2)

3. Les conditions aux bornes pour une boîte de potentiel unidimensionnelle est :

$V = \infty$ $\begin{cases} x=0 \\ x=a \end{cases}$ (2)

$V(x) = 0$ $0 < x < l$ (0.5)

$V(x) = \infty$ ailleurs (0.5)

$\psi(0) = 0$ (0.5)

$\psi(l) = 0$ (0.5)

Exo 1 (6 pts)

1. $f(x) = \sin(x)$

$g(x) = \cos(x)$ (0.5)

$\hat{A} f(x) = g(x)$ (0.5)

$\Rightarrow \hat{A} = \frac{1}{i}$ (0.5)

2. Calcul des commutateurs

$[p_x, x] \psi(x) = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} (\psi(x))$ (0.5)

$= \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \psi(x) - \psi(x) \frac{d}{dx} \frac{\hbar}{i}$

$= \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \psi(x) - \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \psi(x)$

$= \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \psi(x) - \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \psi(x)$

$\Rightarrow [p_x, x] = \frac{\hbar}{i}$ (0.5)

$[p_x, x^2] \psi(x) = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} (\psi(x) \cdot 2x)$ (0.5)

$= \frac{\hbar}{i} (2 \psi(x) + x \frac{d}{dx} \psi(x)) - \psi(x) \frac{d}{dx} (\frac{\hbar}{i} 2x)$

$= \frac{\hbar}{i} (2 \psi(x) + x \frac{d}{dx} \psi(x)) - \frac{\hbar}{i} 2x \frac{d}{dx} \psi(x)$

Exo 2 (4 pts)

1. l'orbital 1s de l'atome d'hydrogène

$\psi_{1s} = N e^{-\frac{r}{a_0}}$

N_{1s} est obtenu par normalisation

$\int \psi_{1s}^* \psi_{1s} d\tau = 1$ (0.5)

$\langle \psi_{1s} | \psi_{1s} \rangle = 1$

Is est une sphère (0.5)

$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow dV = 4\pi r^2 dr$

On tient compte l'intégrale

$\int N^2 e^{-2r/a_0} d\tau = \frac{N^2}{a_0^3} \int_0^\infty e^{-2r/a_0} 4\pi r^2 dr$ (0.5)

$\int \psi_{1s}^* \psi_{1s} d\tau = 1$

$N_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}$ (0.5)

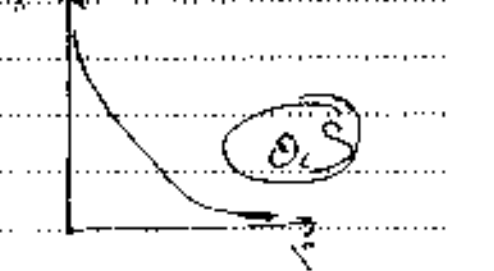
Dans $\psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$

La densité de probabilité

$P_{1s}(r) = \psi_{1s}^2 = \frac{1}{\pi a_0^3} e^{-2r/a_0}$ (0.5)

ψ_{1s}^2

$P_{1s}(r)$

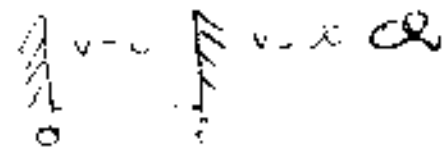


$P_{1s}(r)$ max $\Rightarrow r = 0$ (0.5)

$\psi_{1s}(r)$

Jeune... de...
 2ème...
 4ème... 7ème...

Quantité...
 1. ...
 2. ...
 3. ...



$V(x) = 0$ $0 < x < a$ (1)
 $V(x) = \infty$ ailleurs (1)
 $\psi(0) = 0$ (1)
 $\psi(a) = 0$ (1)

Ex. 4.2
 $f(x) = \sin x$ $g(x) = \cos(x)$
 $A f(x) = g(x)$ (1)
 $\Rightarrow A = \frac{g}{f}$ (1)

2. ...
 $[L_2, x] \psi(x)$ ou $L_2 = -\hbar^2 \frac{d^2}{dx^2}$ (1)

$[L_2, x] \psi(x) = -\hbar^2 \frac{d^2}{dx^2} (x \psi(x)) + x \hbar^2 \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2}$
 $\Rightarrow [L_2, x] \psi(x) = -\hbar^2 \psi(x)$ (1)

$[L_2, x^2] \psi(x) = \frac{d}{dx} (x^2 \psi(x)) - x^2 \frac{d \psi(x)}{dx}$ (1)

$\Rightarrow [L_2, x^2] \psi(x) = 2x \hbar^2 \psi(x)$ (1)

Ex. 2
 1. ... d'hydrogène...

$\psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$

N. et B. pour normalisation

$\int_0^\infty \psi^2 dr = 1$ (1)

$\langle \psi | \psi \rangle = 1$ (1)

Volume sphère (1)
 $V = \frac{4}{3} \pi (r^3) dV = 4 \pi r^2 dr$

On veut calculer l'intégrale

$\int_0^\infty e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$

$\Rightarrow N_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}$ (0,5)

Donc $\psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$

la densité de probabilité

$P_{1s} = \psi_{1s}^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{2r}{a_0}}$ (0,5)



$P(r)$ max $\Rightarrow r = 0$ (0,5)